

## מדריך לגננת

### ראשית שיח מתמטי

#### א. מבוא: אפיון כללי של התוכנית

##### א-1. עקרונות התוכנית:

תכנית הלימודים במתמטיקה של גן הילדים מבוססת על המושג המרכזי של המתמטיקה שהוא מושג המספר. התוכנית מניחה שילדים מגיעים לגן כשהם כבר בעלי ידע מתמטי הנוצר אצלם באופן עצמאי במהלך חייהם עד לגן. מטבעם הם סקרניים ורוצים לחקור ולדעת יותר. העיסוק במתמטיקה בגן צריך להיות מבוסס על רצון זה. ילדי הגן לומדים תוך כדי התנסות מעשית. הפנמת המושגים מתרחשת כשהילדים פעילים במגוון פעילויות ומשחקים.

התוכנית מתבססת על מחקרים בתחום המתמטיקה בגיל הרך. פיאז'ה תיאר ארבעה שלבי התפתחות עיקריים שאותם עובר האדם במהלך חייו. על פי פיאז'ה הלמידה היא תהליך פעיל, המתרחב במצב של קונפליקט קוגניטיבי כאשר מידע חדש בא בסתירה עם הבנות קודמות, והילד מסתגל למידע זה תוך כדי יצירת מושגים חדשים. חשיבתו של הילד היא אינטואיטיבית וממנה מתפתחת בהדרגה יכולת השימור. על פי תורתו של ויגוצקי שבבסיסה עומד המושג "טווח ההתפתחות האפשרית הקרובה" יש חשיבות לראות את האינטראקציה בין המבוגר והילד. היכולות של הילד מועצמות במפגש עם המבוגר. נציין כאן גם את התרומה החשובה של פוירשטיין ששם דגש לא על רמת הידע הנוכחית של הילד אלא בעיקר על יכולת הלימוד וההשתנות שלו.

בגן יש לתת לכל ילד הזדמנות ללמוד מתמטיקה וזאת תוך שמירה על המאפיינים הייחודיים של גן הילדים. העיסוק במתמטיקה צריך מצד אחד להשתלב בעשייה היום יומית בגן בנושאים ובתחומי דעת שונים, כפי שהעיסוק במתמטיקה משתלב בחיים בכלל, ומן הצד השני העיסוק צריך להתמקד גם במתמטיקה לשמה.

חשוב לעודד את הילדים לשאול שאלות ולנסות למצוא בעצמם תשובות לשאלות אלה. הגננת תהיה ערה להתרחשות תהליך הלמידה, ותסייע לילדים במידת הצורך. למידה משמעותית מתרחשת בתהליך בניית ידע חדש על ידי הילד, תוך קישורו לידע הקודם. הבנה מתמטית מושגת כאשר הילדים מסוגלים להחיל את הידע החדש שרכשו במצבים חדשים.

הגננת מעודדת שיח מתמטי בינה לבין הילדים וגם בין הילדים לבין עצמם. חלק מהתובנה המתמטית של הילדים מתפתח תוך כדי שיחה עם חברים או מבוגרים על נושאים מתמטיים שונים. כדי לטפח את השיח המתמטי יש ליצור מצבים בהם קיימת הזדמנות לשיח מתמטי מאתגר, וליצור אווירה "מקבלת" המעודדת את הילדים לשאול, לחוות דעה, להטיל ספק, להעלות ולבחון השערות ולהציע פתרונות.

העיסוק במתמטיקה נעשה בגן בהתנסויות מזדמנות, בהן הגננת צריכה לזהות מצבים אלה, לתווך ולנווט את הילדים לחשיבה ולשיח, ובפעילויות מתוכננות ומובנות.

##### א-2. מטרות התוכנית:

- לעסוק במתמטיקה בגן באמצעות דיאלוג שנוצר בין הגננת והילד
- לשלב את דרכי הלמידה בגן, כגון עבודה בקבוצה קטנה, סביב פעילויות של פתרון בעיות
- לבנות את היסודות של החשיבה המתמטית בצורה שלמה ומאתגרת
- לטפח את הסקרנות הטבעית של ילדים למתמטיקה
- להאיר את מושג המספר מזוויות מעוררות חשיבה יצירתית

### א-3. הנושאים המתמטיים בהם מתמקדת התוכנית:

התוכנית מתמקדת בשלושת הנושאים מרכזיים ללימודי המתמטיקה בגן ילדים:

- המספר.
- גאומטריה.
- מדידות.

### ב. המדריך ליישום התוכנית

#### ב-1. הגישה הפדגוגית – הפדגוגיה של הלא נודע כגישה החקר:

אנו נמצאים בתקופה של שינויים מהותיים המתחוללים בחברה ובתרבות האנושית. אחד השינויים הבולטים הוא בתחום החינוך. התפקיד המסורתי והקלאסי של המחנך להעביר ידע לתלמידים משתנה משום שהילדים חשופים בעצמם למקורות מידע רבים אם זה באינטרנט, במחשבים או באפליקציות. הגישה החינוכית של המדריך נקראת **הפדגוגיה של הלא נודע**. הרעיון המרכזי של גישה זו הוא שהגננת לומדת וחוקרת ביחד עם ילדי הגן. קל להתחבר לגישה החינוכית הזאת באמצעות העיסוק במדע.

כשהגננת מדגימה לילדים מה קורה לטיפת שמן בתוך מים היא יודעת מראש שהטיפה תצוף על המים. כשהיא שואלת את הילדים מה יקרה לטיפת השמן - זה לא מסקרן אותה באמת מבחינה מדעית. כאשר הילדים יענו לה ויעלו השערות על מה יקרה לטיפת השמן הם ירצו להיות צודקים ביחס לתשובה שהגננת כבר יודעת. בדרך זו הילדים לא חווים את הגננת שלהם כשותפה לתהליך של חקירה מדעית. לעומת זאת אם הגננת תשאל את הילדים מה יקרה לטיפת מים בתוך שמן והיא עצמה לא תדע את התשובה מראש הילדים יחוו מהי החקירה באמת. הם ירגישו שהגננת גם היא סקרנית לגבי השאלה הזו והתשובות שלהם יהיו לא בשביל לרצות את הגננת אלא מתוך מה שהם חושבים או מאמינים בו.

הפדגוגיה של הלא נודע יוצרת הבחנה ברורה בין שני המושגים: הדגמה וניסוי. בהדגמה התוצאות ידועות מראש למבוגר והוא מדגים את התוצאות בפני הילדים. לעומת זאת בניסוי התוצאות אינן ידועות למבוגר והוא סקרן בעצמו לגביהן. כאשר המבוגר מנחה את הילדים בתהליך החקר נוצרת קהילה חוקרת. יש מספר שלבים מעשיים לקיים אותה: בשלב הראשון המבוגר מציג את שאלת החקר ויוצר חיבור של הילדים לשאלה. בשלב השני הילדים מעלים את ההשערות שלהם לגבי מה הם חושבים שיתרחש בניסוי. לאחר מכן מתקיים דיון בין הילדים על ההשערות שלהם והם מנסים לשכנע אחד את השני בנכונות ההשערה שלהם. לאחר מכן הגננת והילדים מבצעים את הניסוי ולסיכום הילדים מנסחים ביחד עם הגננת ובעזרתה את המסקנות שלהם.

#### ב-2 דוגמאות לשאלות חקר במדע ובמתמטיקה:

- מה קורה לטיפת מים בתוך שמן?
- האם טיפת מים שנופלת מצליחה לחדור דרך מסננת מים?
- האם אפשר להמיס במים יותר כפיות סוכר מאשר כפיות מלח או להפך?
- האם בועת סבון גדולה נופלת מהר יותר מבועת סבון קטנה?
- מה קורה לבלון מנופח בתוך המקפוא של המקרר?
- כמה מהדקים משרדיים אפשר להכניס לכוס מים מלאה עד שפתה לפני שהמים יגלשו?
- האם קיים מספר הכי גדול?
- מה יש יותר בעולם - אנשים או עיניים?
- מה יש יותר בעולם - עיניים או אוזניים?
- איך אפשר ליצור קוביית מזל שנופלת תמיד על המספר 1?
- בכמה דרכים שונות אפשר לסדר שני ילדים שעומדים בשורה? ושלושה ילדים?
- בכמה דרכים שונות אפשר לחלק את המספר 4 כסכום של מספרים קטנים או שווים לו?

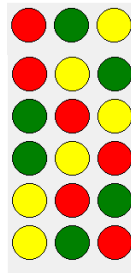
### ב-3. הכשרה ואימון גננות

הגננת המצטרפת להדרכה ב"ראשית שיח מתמטי" עוברת הכשרה ואימון בלימודי מדע ומתמטיקה בנוסח הפדגוגיה של הלא נודע בהשתלמויות גננות או בפגישות אינדיבידואליות עם מנחה. אימון הגננת בפדגוגיה של הלא נודע בתחום המדע מכשיר את הגננת לעסוק בגישה הזו גם בתחום המתמטיקה.

לאחר שהגננת ביצעה ניסוי עם ילדי הגן בנושא מדעי או מתמטי, אם היא תחזור על אותה פעילות, הפעילות הזאת תהפוך כבר בשבילה להדגמה. באמצעות שינוי של מספר מרכיבים בניסוי ניתן להפוך בקלות את ההדגמה לניסוי. למשל אם הגננת ביצעה את הניסוי ושמה טיפת מים בתוך שמן וראתה מה יקרה, היא יכולה בפעילות הבאה לשים קוביית קרח במקום מים, או לחמם קצת את השמן ולראות מה קורה. עוד יותר קל לחדש חקר מתמטי - על ידי שינוי נתונים מספריים בשאלת חקר.

#### דוגמאות להעמקה:

אחת ההבחנות החשובות שיש במתמטיקה היא ההבדל בין המספר כמונה או כסודר. ילדים בגן מצליחים לעסוק במספר בשני ההיבטים הללו. כאשר יש לנו מספר עצמים ואנחנו מסדרים אותם בשורה לפי סדר מסוים נוצרת תמורה. תמורה היא סידור על עצמים בשורה. אם יש לנו 3 מדבקות בצבע אדום, ירוק וצהוב אז יש 6 תמורות אפשריות שונות:



ילדי הגן מגלים את כל האפשרויות הללו ומבינים את ההכללה שמספר התמורות אינו תלוי בסוג הפריטים אלא בכמות שלהם. מספר התמורות על 4 עצמים הוא 24. מספר כל הסידורים השונים, או של כל התמורות של  $n$  עצמים, מסומן ב-  $n!$  ונקרא "עצרת  $n$ ". קיימת נוסחה כללית לחישוב מספר זה:

$$n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n$$

תכונה נוספת חשובה של המספר היא החלוקה שלו. חלוקה של מספר היא כתיבה של המספר כסכום של מספרים קטנים או שווים לו. דוגמה לחלוקה של המספר 3 היא  $3=1+2$ . בשונה מתמורות, סדר המספרים בחלוקה אינו משנה. לדוגמה מובאות חמש החלוקות השונות של המספר 4:

$$4 = 1+1+1+1$$

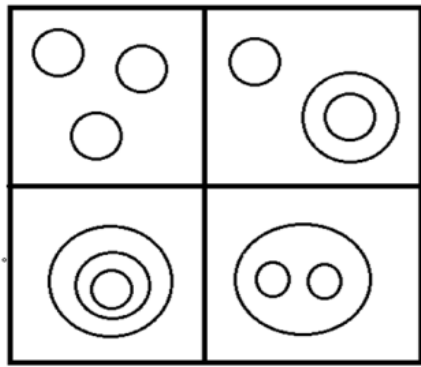
$$4 = 1+1+2$$

$$4 = 2+2$$

$$4 = 3+1$$

$$4 = 4$$

העיסוק בחלוקות המספר מפתח את היצירתיות של ילדי הגן הודות לכך, שלכל תרגיל יש מספר פתרונות ולא פתרון יחיד. הכללה דו ממדית של חלוקות המספר היא חקר היחסים בין מעגלים במישור שהם לא נחתכים. האפשרויות השונות האלה מכונות "צורות המספר". להלן 4 צורות המספר 3. יישום הרעיון של צורות המספר בגן הוא קל במשחק עם מעגלי במבוקים. הילדים מאותגרים לחשב את כל האפשרויות. למספר 4 יש 9 אפשרויות. למספר 5 יש 20 אפשרויות.



### סיפורים על המתמטיקאים:

אחת השאלות המרתקות היא האם המתמטיקה היא תגלית או המצאה (יצירה) של מתמטיקאים? תפיסה מקובלת היא שמתמטיקאים מגלים אמיתות מוחלטות שאינן תלויות באדם. קיימת תפיסה אחרת האומרת שהמתמטיקה היא המצאה והתגליות המתמטיות קשורות לאדם שיצר אותן. תהיה האמת אשר תהיה, ברור שמתמטיקאים לא מגלים/ מיצרים משפטים מתמטיים בקלות והם עובדים קשה מאד בכדי לגלות או ליצור אותם. בכל מקרה, את המתמטיקה עושים מתמטיקאים ולפיכך קיים ערך גדול למשימה לספר לילדים על המתמטיקה דרך דמויות המופת של המתמטיקאים הדגולים שגילו/יצרו אותה. ילדי הגן מתחברים לסיפורים על המתמטיקאים, הם זוכרים את השמות שלהם ואת התרומות שלהם למתמטיקה כפי שהם מודגמים בתוכנית. הילדים מספרים על המתמטיקאים לאחים ולהורים שלהם וכך נוצרת קהילה סביב הגן שעוסקת בנושא המתמטיקה. עבור הגננת לימוד המתמטיקה באמצעות הכרות עם המתמטיקאים מזמן דרך להתחדש ולהתעשר, ביחד עם הילדים, בנושאים מתמטיים בגישה של הפדגוגיה של הלא נודע.

בחרנו לספר לילדים על תשעה מתמטיקאים:

1. המתמטיקאי היווני **פיתגורס** היה הראשון שגילה שכדור הארץ הוא עגול באמצעות התבוננות בצל העגול של כדור הארץ על הירח בזמן ליקוי הירח. בימיו גם האמינו כי ניתן להסביר את כל הטבע באמצעות מספרים שהם שלמים או מנות שלמים, כלומר מספרים רציונליים. לפיתגורס היה תלמיד שקראו לו היפסוס שחקר את התכונות המעניינות של מחומש משוכלל. במהלך החקר זה הוא גילה שהיחס בין אורך הצלע של המחומש המשוכלל לבין אורך אלכסונו הוא אינו מספר רציונלי.
2. המתמטיקאי היווני **אוקלידס** כתב את ספר היסודות של המתמטיקה. הספר כלל 13 כרכים והוא נחשב למעין התנ"ך של המתמטיקה. הוא הגדיר למעשה את הצורה המקובלת שבה נהוג לכתוב מתמטיקה: באמצעות מושגי יסוד, הגדרות, אקסיומות ומשפטים הנובעים מהם. הספרים הראשונים עוסקים בגאומטריה של המישור ובמיוחד ביחסים שנוצרים בין נקודות וישרים. אוקלידס הגדיר את אקסיומת המקבילים אך לא היה שבע רצון ממנה. רק בעוד יותר מאלפיים שנה, בעשור השלישי של המאה ה-19 גילו המתמטיקאים שאפשר לפתח גאומטריה חדשה שבה האקסיומה הזו לא מתקיימת.
3. המתמטיקאי היווני **ארכימדס** חישב את הערך המספרי של היחס בין היקף המעגל ואורך קוטרו - המספר פאי - בדיוק רב ופיתח שיטות לחישוב שטחים ונפחים של גופים. הוא המציא, למעשה עוד לפני ניוטון ולייבניץ, את החשבון האינפיניטסימלי. הוא מצא שיטה למדוד נפח גופים באמצעות הכנסתם למים ומדידת גובה המים שעלו.
4. המתמטיקאי הפרסי **אל-ח'וואריזמי** הניח את היסודות של אלגברה כתורת המשוואות עם נעלמים. הוא פיתח שיטות לפתרון של משוואות עם נעלם אחד ממעלה 1 (ליניאריות) ו-2 (ריבועיות).

- כמו כן הוא פיתח טבלאות מפורטות של ערכי פונקציות טריגונומטריות והניע פרסום והתפשטות ברחבי העולם של השיטה העשרונית להצגת מספרים ופעולות חשבון בהם.
5. המתמטיקאי היהודי הספרדי **אבן עזרא** ביסס את השימוש במספר 0. מושג זה לא היה מובן מאילו ועורר שאלה האם יש בכלל צורך במספר שהוא כלום. הוא גם היה פרשן התנ"ך המפורסם והמציא את שיטת הגימטרייה של האותיות.
6. המתמטיקאי הגרמני **מביוס** המציא טבעת עם צד אחד בלבד. לטבעת רגילה יש שני צדדים. לטבעת מביוס יש תכונות מרתקות שמאפשרות מרחב הקירה מרתקת.
7. המתמטיקאית היהודייה הגרמנייה **נתר**. שייכת לגדולי המתמטיקאים של המאה ה-20. יזמה ופיתחה כיוונים חדשים חשובים במתמטיקה ובפיסיקה, וגילתה את הקשר העמוק בין סימטריה לחוקי הטבע. בהיותה אישה ויהודייה נתקלה נתר בקשיים רבים בחייה ובקריירה האקדמית שלה.
8. המתמטיקאי היהודי **ראמנוג'ן** גילה אלפי נוסחאות מתמטיות בדרך של ראיתן הישירה מבלי יכולת להוכיח שהן נכונות? בצורה פורמלית. הוא עבד 4 שנים במחיצתו של המתמטיקאי האנגלי הרדי ועסק שם בעיקר בחקר הנושא המרתק של חלוקות המספר.
9. המתמטיקאי האנגלי **ספנסר בראון** כתב את הספר "חוקי הצורה", כאשר הרכבת הצורה זוהי הכללה דו ממדית של חלוקת המספר. הוא ביסס את המתמטיקה על פעולה אחת שנקראת מובחנות והיא הצבעה על אובייקט והפרדה שלו מסביבתו.

#### ה. טבלת פעילויות

לכל מתמטיקאי מצאנו סיפור המתקשר לאחד מהפיתוחים או ההמצאות שלו. הסיפורים הותאמו לילדי גן ומלווים בפעילויות התואמות את הפיתוח של המתמטיקאי ונמצאות בהלימה לנושאי תכנית הלימודים במתמטיקה בגני ילדים. הטבלה להלן מציגה את תכנון הפעילויות לפי שלושת הנושאים המרכזיים בתוכנית המספר, צורות גיאומטריות, בעיות מחיי היום יום (מדידות) - ושמות של המתמטיקאים המתקשרים לנושאים אלה.

הפעילויות	הפעילויות	הפעילויות	הפעילויות	המתמטיקאי	הפרק
	חלוקות מספר (חלוקת עצמים)	תמורות המספר 4 (מניה)	תמורות ילדים (מניה)	רמנוג'אן	המספר
מספרים נעלמים (חיסור)	לוח המספרים (הכרת המספרים)	נקודות על קובייה וקסם הקובייה (הכרת המספרים, חיבור וחיסור)	כתיבת מספרים (ייצוג כמויות)	אל ח'ואריזמי	
	המספר אפס (אומדן - ייצוג כמויות)	לצייר מספרים (ייצוג כמויות)	יחסי סדר בין מספרים (יחסי גודל)	אבן עזרא	
	ישרים מקבילים (ישרים)	ישר דרך נקודות (קווים ונקודות)	יוצרים ישרים (קווים ישרים)	אוקלידס	גאומטריה
ארבעה צבעים (צורות)	חיתוך מביוס (גופים וצורות)	טבעת מביוס (גופים וצורות)	יוצרים טבעת (צורות במרחב)	מביוס	
ריצוף פנרוז	דגמים (דגמים חוזרים)	סימטריית סיבוב (סימטריה)	סימטריית שיקוף (סימטריה)	נתר	
כוכב בתפוח (צורות)	מחומש משוכלל (מצולעים)	צל כדור הארץ (צורות)	חקירת הצל (צורות)	פיתגורס	מדידות
	משקל סגולי	מדידת נפח (תפיסה מרחבית)	מדידות (מדידות)	ארכימדס	
		חוקי הצורה (המספר)	צורות המספר (מניה)	ספנסר בראון	

ו. תכולת הערכה של התכנית:

- חוברת המדריך "ראשית שיח מתמטי"
- פוסטרים על 9 מתמטיקאים
- משחק זיכרון של המתמטיקאים
- משחק "צורות המספר" מבמבוק
- משחק כיסוי פנרוז
- משחק לוחות מקריות + 16 קוביות מזל
- משחקי מחשב בנושא תמורות, חלוקות, צורות המספר, חוקי הצורה
- סביבון בנהיים