

# המתמטיקה החדשה



משה קליין

את כל ימינו  
הוא עובד  
על ארצות  
הנבחרות  
הנבחרות  
הנבחרות  
הנבחרות  
הנבחרות

פיתגורס אמר "הכל מספר"

**נובמבר 2012**

השער: "פני המתמטיקה" מורכבים מסמלי המתמטיקה השונים.

## הקדמה לספר

בשנת 1957 שיגרה רוסיה לחלל את הלווין הראשון ספוטניק. בארצות הברית חששו אז מפיגור טכנולוגי והתחילו פרויקט כינוכי שנקרא "המתמטיקה החדשה" שמטרתו הייתה לשפר את שיטות הוראת המתמטיקה המקובלות.

ספר זה מצביע על חזון לשינוי של המתמטיקה אך לא רק בשיטות ההוראה המקובלות אלא ביסודות העמוקים ביותר של תחום הדעת מאז אאוקלידס. ידוע כי שבט המאיה העצים את האנושות בזכות השימוש בספרה 0. יתכן שהנבואה על שינוי דרמטי שיהיה בשנת 2,012 קשורה בעצם לשינוי שמתחולל במתמטיקה באמצעות מתן משמעות נוספת לסימן ה 0 .

## פרקי הספר:

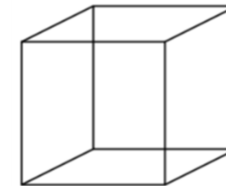
1. איך מוכיחים את משפט פיתגורס?
2. איך התגלה שקיימים מספרים לא רציונליים?
3. איך מוכיחים שקיימים אין-סוף מספרים ראשוניים?
4. איך מחשבים נפח של פירמידה?
5. איך פותרים משוואות עם נעלמים?
6. מהי סדרת פיבונאצ'י?
7. איך מתארים קו ישר בצורה אלגברית?
8. מהו משולש פסקל?
9. מהו סכום מקדמי הבינום של ניוטון?
10. איך מייצגים מספרים בשיטה הבינארית?
11. מתי גרף ניתן לציור במשיכת קולמוס?
12. כיצד מחשבים את הסכום של סדרה חשבונית?
13. איך יוצרים טבעת בעלת צד אחד בלבד?
14. מדוע לא ניתן לחלק זווית כללית ל 3 חלקים שווים?
15. כיצד מגדירים שורשים למספרים שליליים?
16. מדוע סכום הזוויות במשולש בגאומטריה כדורית אינו 180 מעלות?
17. כיצד מוכיחים שיש קבוצות שאינן ניתנות למניה?
18. איך אפשר לאחד את הגאומטריות השונות?
19. מה היו 23 הבעיות של הילברט?
20. איזה פרדוקס התגלה בתורת הקבוצות?
21. מדוע נכשלה המהפכה של האינטואיציוניזם?
22. מה האומדן של פונקציית החלוקה?
23. כיצד מוכיחים את משפט אי השלמות?
24. מהי בעיית העצירה של אלגוריתמים?
25. כיצד התגלה מושג הפרקטל?
26. מהם חוקי הצורה?
27. מהי מתמטיקה אורגנית?

אני מודה לתלמידי עומר קנטור, תומר אדר ולחברי רן ליכטנר על עזרתם בעריכה הלשונית.

## מבוא:

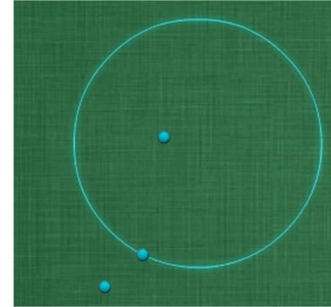
ספר זה מתאר את הסיפור של המתמטיקה דרך חייהם ותגליותיהם של מתמטיקאים מפורסמים. נפתח בסיפור על המתמטיקאי והפילוסוף היווני פיתגורס שגילה קשר עמוק בין מתמטיקה למוסיקה. פיתגורס האמין שאת כל החוקיות בעולם ניתן להבין באמצעות מספרים פשוטים. תלמידו היפסוס גילה שקיימים מספרים לא רציונלים דבר שסתר את תורתו של פיתגורס שאמרה "הכול מספר". קיימת אגדה שהתלמיד שילם על המהפכה הזו בחייו.

הרעיון המרכזי הוא שתהליך של שינוי עמוק של שפת המתמטיקה מתחולל כיום. עוגן השינוי נמצא בהבנה פשוטה אך קשה לתפיסה שלא קיימת תופעה ללא המתבונן בה. העולם שאותו אנו רואים הוא רק פרשנות של העולם שנמצא בחוץ.

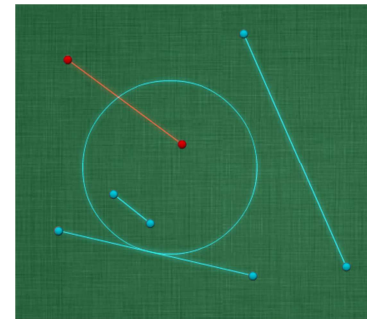


קוביית נקר מדגימה היטב את הרעיון הזה. בכל רגע נתון אפשר לפרש את מיקום חזית הקובייה באחד מבין שני מצבים אפשריים. האפשרות של קיום דבר והיפוכו בו זמנית הוא מעניין מבחינה מתמטית מפני שהוא נוגע בצורה חיובית במושג הפרדוקס.

נתבונן למשל על היחס שבין נקודה למעגל. הנקודה יכולה להיות בתוך המעגל, מחוץ למעגל או על המעגל.



כעת נתבונן על היחס בין קטע למעגל. הקטע יכול להיות בתוך המעגל, מחוץ למעגל או משיק למעגל. אבל קיימת אפשרות נוספת שהקטע נמצא גם בתוך וגם מחוץ למעגל.



האפשרויות הזו מראה על קיום דבר והיפוכו בו זמנית. הלוגיקה הרגילה היא דיכוטומית ומתאפיינת במתן ערך של אמת או שקר לטענה. קיימת היום שאיפה ליצור שפה עם לוגיקה רכה יותר שאין בה הפרדה ברורה בין שני המצבים.

דוגמא אחרת להשפעת הצופה על התופעה היא סביבון בנהיים שעשוי מדיסקית עגולה הצבועה בשחור ולבן. כשמסובבים את הסביבון נוצרת תחושה של ראיית צבעים. הצבעים נוצרים רק אצל הצופה ואף מכשיר מדידה אובייקטיבי לא מצליח לקלוט אותם.



בקונגרס העולמי השני של המתמטיקאים שהתקיים בפריס בשנת 1900 הציג המתמטיקאי דויד הילברט רשימה של 23 בעיות פתוחות במתמטיקה שעד לתקופתו לא היה להם פיתרון. בסיום הרצאתו הדגיש הילברט שהבעיות הללו הן רק דוגמאות והוא היה יכול לבחור אחרות במקומן. הילברט האמין באחדות המתמטיקה וחשש שהיא תתפצל בעתיד לענפים ותתי ענפים. הילברט סיים את הרצאתו בחזון לגילוי האחדות האורגנית של המתמטיקה.



אחת הבעיות מהרשימה של הילברט שנחשבות עדיין ללא פיתרון היא הבעיה השישית. השאלה הייתה על מהות הקשר בין מתמטיקה לפיסיקה. ההבנה שהאדם הוא חלק אורגני מתוך עולם התופעות מעלה אפשרות להציע את המודל של בקבוק קליין כמגשר בין מציאות פנימית של הצופה לבין המציאות החיצונית של העולם.